МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Рубцовский индустриальный институт (филиал) Алтайского
государственного технического университета им. И.И. Ползунова

С.А. ГОНЧАРОВ
И.А. МАЦАНКЕ
А.Н.ТАТАРНИКОВА

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Методические указания по выполнению расчетного задания по дисциплине «Введение в электротехнику» для студентов направления «Электроэнергетика и электротехника» всех форм обучения

Рубцовск 2021

Гончаров С.А., Мацанке И.А., Татарникова А.Н. Линейные электрические цепи постоянного тока: методические указания по выполнению расчетного задания по дисциплине «Введение в электротехнику» для студентов направления «Электроэнергетика и электротехника» всех форм обучения / С.А. Гончаров, И.А. Мацанке, А.Н. Татарникова – Рубцовск. 2021. – 16 с. [ЭР].

В данной работе излагаются основные методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока. Приводится пример выполнения расчетно-графического задания.

Рассмотрено и одобрено на
заседании кафедры «ЭЭ» РИИ
Протокол № 2 от 26.02.21.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Основными законами электрических цепей, описывающими любые режимы их работы, являются закон Ома и законы Кирхгофа.

В 1827 г. немецкий физик Ом открыл закон, устанавливающий связь между током и напряжением на участке цепи:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Закон Ома для участка цепи выражает прямую пропорциональность между напряжением на зажимах резистора и током, протекающим через него.

$$U = I \cdot R_н = \frac{I}{g_н},$$

где $g_н = \frac{1}{R_н}$ - проводимость – величина, обратная сопротивлению.

Сопротивление измеряется в омах (Ом), а проводимость – в сименсах (См).

Для разветвленных цепей вводят понятия узла, ветви и контура. Узел – это точка электрической цепи (схемы замещения), где сходятся не менее трех проводников. Ветвью называют участок, соединяющий два узла. В каждой ветви течет свой ток, который один и тот же для всех элементов этой ветви. Контур представляет собой путь вдоль ветвей электрической цепи, начинающийся и заканчивающийся в одной и той же точке.

Немецкий физик Кирхгоф установил в 1845 г. законы электрического равновесия цепей. Уравнения, составленные на основе этих законов, называют уравнениями Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа устанавливает связь между токами в узле электрической цепи и формулируется: *алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю.*

$$\sum_{к=1}^{n} I_к = 0,$$

где $I_к$ – ток к-й ветви, присоединенной к узлу.

При составлении уравнения по первому закону Кирхгофа в выражении токи, подтекающие к узлу, считают положительными, а оттекающие от узла – отрицательными (или наоборот).

Второй закон Кирхгофа устанавливает связь между напряжениями и э.д.с. в контуре: *алгебраическая сумма падений напряжений вдоль замкнутого контура сложной электрической цепи равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре.*

$$\sum_{к=1}^{n} U_к = \sum_{к=1}^{m} E_к,$$

где $U_к = R_к\ I_к$ – падение напряжения на к-м резисторе контура; $E_к$ – к- я э.д.с., входящая в данный контур; m – число э.д.с. в контуре; n – число резисторов контура.

Для записи уравнения по второму закону Кирхгофа сначала выбирают направление обхода, контура (по часовой стрелке или против). Те э.д.с., которые совпадают с направлением обхода контура, берутся положительными, а не совпадающие – отрицательными. Падение напряжения на резисторе записывается со знаком «плюс», если направление тока в нем совпадает с направлением обхода контура.

Рассмотрим основные методы расчета сложных линейных электрических цепей.

1. Метод уравнений Кирхгофа.

Расчет разветвленной цепи с произвольным числом источников электрической энергии путем непосредственного применения уравнений Кирхгофа заключается в составлении системы уравнений для цепи по первому и второму законам Кирхгофа. Количество уравнений в системе равно числу неизвестных токов, т.е. числу ветвей схемы.

Сначала составляются уравнения по первому закону Кирхгофа, число этих уравнений должно быть на единицу меньше числа узлов рассматриваемой цепи. Оставшиеся уравнения системы составляются по второму закону Кирхгофа. Количество этих уравнений определяется числом ветвей (неизвестных токов) за вычетом числа уравнений, составленных ранее по первому закону Кирхгофа. При этом уравнения составляются для независимых контуров. Независимый контур – контур, отличающийся от ранее рассмотренных хотя бы одним элементом цепи.

Перед расчетом выбирают произвольно положительные направления токов в ветвях и на схеме проставляют стрелки, указывающие эти направления. Если в результате решения системы уравнений ток в ветви получился отрицательным, то это означает, что направление тока в этой ветви противоположно тому, как это показано стрелкой на схеме.

2. Метод контурных токов.

В этом методе считают, что в каждом независимом контуре сложной цепи протекает свой условный, так называемый контурный ток. И система уравнений составляется не для действительных токов в ветвях, а относительно новых неизвестных – контурных токов. Это обстоятельство позволяет сократить число неизвестных токов (уменьшить количество расчетных уравнений в системе) до числа независимых контуров.

После вычисления контурных токов нетрудно найти действительные токи в ветвях, как это будет показано ниже, путем составления простых соотношений, в которых токи в ветвях выражаются через найденные контурные токи.

Сначала выбираются и проставляются на схеме стрелками положительные направления токов в ветвях и направление контурных токов I_{11}, I_{22} и I_{33} (дуговыми стрелками), а затем составляются уравнения для контурных токов. Структура записи эти уравнений следующая.

Если контурные токи направить в одном направлении, то в уравнении для контура в левой части его записывается со знаком «плюс» произведение контурного тока на сумму сопротивлений резисторов этого контура и со знаком «минус» произведения соседних контурных токов на смежные сопротивления между этими контурами. В правой части уравнения записывается алгебраическая сумма э.д.с., действующих в рассматриваемом контуре. Со знаком «плюс» записываются э.д.с., направление действия которых совпадает с выбранным направлением контурного тока. Если э.д.с. направлена противоположно контурному току, то ее записывают со знаком «минус».

Действительные токи в ветвях определяют следующим образом. Токи в крайних ветвях схемы равны соответствующим контурным, а в смежных ветвях – алгебраической сумме контурных. При составлении уравнения для тока в смежной ветви с плюсом берется контурный ток, совпадающий по направлению с действительным током в этой ветви.

Если в схеме замещения присутствуют источники тока, то по методу контурных токов полагают, что каждая ветвь с источником тока входит в контур, контурный ток которого известен и равен току источника тока.

3. Метод узловых напряжений.

Этот метод также позволяет сократить число расчетных уравнений по сравнению с методом непосредственного применения законов Кирхгофа. В этом методе в качестве вспомогательных неизвестных вводят узловые напряжения, т.е. напряжения между узлами схемы и одним из них, называемым опорным, потенциал которого принимают за нуль. Система уравнений электрического равновесия цепи составляется не относительно неизвестных токов в ветвях, а для узловых напряжений, после нахождения которых токи в ветвях определяются из простых соотношений. Количество расчетных уравнений в системе на единицу меньше числа узлов схемы.

Порядок расчета следующий. На схеме проставляются направления токов в ветвях и узловые напряжения. Стрелки узловых напряжений направляют к опорному узлу.

Составляется система уравнений для узловых напряжений. *При составлении уравнения необходимо в левой части его взять с плюсом произведение узлового напряжения рассматриваемого узла на арифметическую сумму проводимостей ветвей, сходящихся в этом узле, и с минусом – произведения узловых напряжений* *соседних узлов на проводимости ветвей, связывающих эти узлы с рассматриваемым узлом. В правой части уравнения записывается алгебраическая сумма произведений э.д.с. на проводимости ветвей, сходящихся в узле, для которого записывается уравнение. При этом указанное произведение записывается со знаком «плюс», если э.д.с. направлена к узлу.*

Для определения токов в ветвях составляют уравнения по второму закону Кирхгофа. При этом выбирают контур с искомым током и уже найденными узловыми напряжениями.

Если в схеме присутствуют ветви с источниками тока, то при составлении уравнений для узловых напряжений левая часть уравнений останется без изменения, а в правой части необходимо добавить алгебраическую сумму токов источников тока, сходящихся в рассматриваемом узле. При этом с плюсом записывается ток источника тока, направленного к узлу, для которого составляется уравнение.

4. Метод наложения.

Основан на принципе независимости действия э.д.с., который может быть сформулирован следующим образом: *если в линейной разветвленной цепи действует несколько источников электрической энергии, то ток в каждой ветви равен алгебраической сумме токов, вызываемых в этой ветви каждым источником в отдельности.* Другими словами, любой из источников создает в каждой ветви цепи такие токи, которые он создавал, если бы отсутствовали в этой цепи другие источники, т.е. источники электрической энергии действуют независимо друг от друга.

Это обстоятельство позволяет рассчитывать токи в ветвях линейной цепи от действия каждой э.д.с. в отдельности и алгебраически их суммировать. Для этого исходную схему разбивают на подсхемы (по числу действующих в цепи источников), в каждой из которых оставляют только по одному источнику электрической энергии. При этом остальные источники э.д.с. в этих подсхемах приравнивают к нулю, если есть их внутренние сопротивления, то они сохраняются в тех же ветвях; ветви с источниками тока размыкаются. Затем проводят расчет каждой подсхемы, в результате чего находят токи (частичные) во всех ветвях от действия каждого источника энергии в отдельности. Линейная цепь позволяет просуммировать частичные токи и получить действительные токи в ветвях исходной схемы. Это и есть принцип наложения, которым можно пользоваться только в линейных цепях.

После этого определяются действительные токи в ветвях. При составлении уравнений для токов в ветвях *необходимо частичный ток, совпадающий по направлению с током в этой ветви, брать со знаком «плюс», не совпадающий – с минусом.*

5. Метод эквивалентного генератора.

Этот метод удобнее применять в том случае, когда необходимо определить ток в одной ветви сложной электрической цепи. В основу этого метода положена так называемая теорема об эквивалентном генераторе. Она формулируется следующим образом: *ток в любой ветви линейной разветвленной электрической цепи не изменится, если всю оставшуюся часть цепи заменить эквивалентным генератором, представляющим собой ветвь с последовательно соединенными источником э.д.с.* $E_г$ *и резистором* $R_г$. Э.д.с. эквивалентного генератора равна напряжению на зажимах разомкнутой ветви (напряжению холостого хода, $E_г=U_{xx}$), а сопротивление генератора $R_г$ равно эквивалентному сопротивлению оставшейся части схемы относительно зажимов разомкнутой ветви ($R_г=R_э$).

При расчете методом эквивалентного генератора сначала исключают из схемы резистор, в котором необходимо найти ток, и любым известным методом определяется напряжение (U_{xx}) между точками, где он был подключен. Затем определяют эквивалентное сопротивление оставшейся части схемы $R_г=R_э$ относительно точек присоединения исключенного резистора. При этом э.д.с. приравниваются к нулю, а если есть внутренние сопротивления, то они остаются в схеме. Ветви с источниками тока размыкаются. По формуле

$$I = \frac{U_{xx}}{R_э + R}.$$

определяют интересующий ток.

6. Баланс мощностей.

Универсальной проверкой расчета токов электрических цепей является баланс мощностей.

Протекание токов по резисторам сопровождается выделением тепла. На основании закона сохранения энергии количество тепла, выделяющегося в единицу времени в резисторах схемы, должно равняться энергии, доставляемой за то же время источниками питания.

$$\sum_{к=1}^{n} E_к I_к = \sum_{к=1}^{n} R_к I_к^2 ,$$

$$\text{или} \quad P_и = P_п.$$

Это равенство называется энергетическим балансом в электрических цепях или балансом мощностей. Оно справедливо, если цепь питается только от источников э.д.с.

В данном равенстве мощность источников электрической энергии $P_и = \sum_{к=1}^{n} E_к I_к$ – алгебраическая сумма мощностей, развиваемых этими источниками, а $P_п = \sum_{к=1}^{n} I_к^2 R_к$ – арифметическая сумма мощностей, выделяющихся в резисторах схемы.

Произведение $E_к \cdot I_к$ в равенстве баланса мощностей может иметь как знак «плюс», так и знак «минус». Если через источник э.д.с. $E_к$ течет ток, который совпадает с направлением действия э.д.с., то источник доставляет в цепь энергию и тогда произведение $E_к \cdot I_к$ входит в равенство с положительным знаком. Если ток направлен встречно э.д.с. $E_к$, то источник не поставляет энергию, а потребляет ее. Тогда произведение $E_к \cdot I_к$ входит в это равенство с отрицательным знаком. В этом случае источник работает в режиме потребителя, т.е. является приемником электрической энергии.

7. Потенциальная диаграмма.

Под потенциальной диаграммой понимают график распределения потенциала вдоль любого замкнутого контура разветвленной электрической цепи. При этом по оси ординат откладывают потенциалы точек, а по оси абсцисс – сопротивления резисторов в той последовательности, в которой они встречаются при обходе контура, начиная с произвольной точки, потенциал которой принимают за нуль и помещают в начало координат потенциальной диаграммы.

Каждой точке контура соответствует своя точка на потенциальной диаграмме. Точки на потенциальной диаграмме соединяются отрезками.

Ниже приводятся примеры расчета линейной электрической цепи постоянного тока методами контурных токов, узловых напряжений, эквивалентного генератора, а также пример построения потенциальной диаграммы.

8. Примеры расчета линейной электрической цепи постоянного тока

Пример 1 В схеме замещения цепи постоянного тока (рисунок 1) э.д.с. источников $E_2=36{,}25$ *В*, $E_3=37{,}5$ *В*, сопротивления резисторов $R_1=15$ *Ом*, $R_2=12{,}5$ *Ом*, $R_3=20$ *Ом*, $R_4=100$ *Ом*, $R_5=175$ *Ом*, $R_6=300$ *Ом*. Рассчитать токи методом контурных токов.

Решение. Выбираем произвольно направление токов в ветвях и проставляем стрелками на схеме.

В схеме три независимых контура, поэтому будет три контурных тока I_{11}, I_{22}, I_{33}. Направим их в контурах одинаково, против часовой стрелки, составляем систему уравнений для контурных токов:

$$I_{11}(R_1+R_2+R_6)-I_{22}R_6-I_{33}R_2=E_2,$$
$$I_{22}(R_3+R_4+R_6)-I_{11}R_6-I_{33}R_4=E_3,$$
$$I_{33}(R_2+R_4+R_5)-I_{22}R_4-I_{11}R_2=-E_2.$$

Подставляя числовые значения, будем иметь:

$$327{,}5I_{11}-300I_{22}-12{,}5I_{33}=36{,}25\ ,$$
$$-300I_{11}+420I_{22}-100I_{33}=37{,}5\ ,$$
$$-12{,}5I_{11}-100I_{22}+287{,}5I_{33}=-36{,}25\ .$$

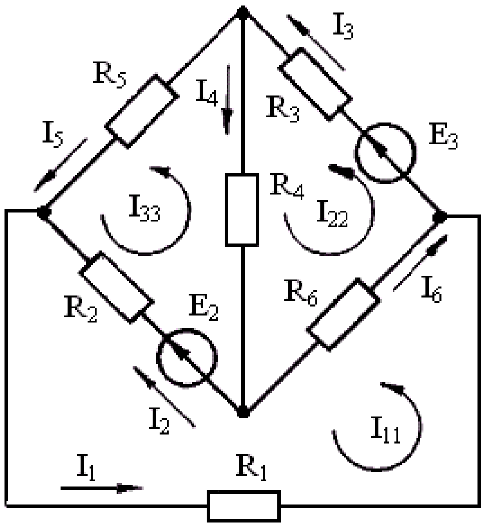


Рисунок 1 - Схема замещения цепи для расчета методом контурных токов

Решаем полученную систему уравнений методом последовательного исключения неизвестных.

Выразим из первого уравнения ток I_{11}:

$$I_{11} = \frac{36{,}25 + 300 I_{22} + 12{,}5 I_{33}}{327{,}5}$$

и, подставив во второе уравнение, получим:

$$\frac{-300(36{,}25 + 300 I_{22} + 12{,}5 I_{33})}{327{,}5} + 420 I_{22} - 100 I_{33} = 37{,}5,$$

$$-33{,}206 - 274{,}809 I_{22} - 11{,}45 I_{33} + 420 I_{22} - 100 I_{33} = 37{,}5,$$

$$145{,}191 I_{22} - 111{,}45 I_{33} = 70{,}706\,,$$

$$I_{22} = \frac{70{,}706 + 111{,}45 I_{33}}{145{,}191} = 0{,}487 + 0{,}7676 I_{33}.$$

Выразим ток I_{11} через ток I_{33}:

$$I_{11} = \frac{36{,}25 + 300(0{,}487 + 0{,}7676 I_{33}) + 12{,}5 I_{33}}{327{,}5} =$$

$$= \frac{36{,}25 + 146{,}1 + 242{,}78 I_{33}}{327{,}5} = 0{,}7413 I_{33} + 0{,}5568.$$

Подставив в третье уравнение системы выражения для токовI_{11} и I_{22}, определим ток I_{33}:

$$-12{,}5(0{,}7413 I_{33} + 0{,}5568) - 100(0{,}487 + 0{,}7676 I_{33}) + 287{,}5 I_{33} = -36{,}25,$$

$$-9{,}26625 I_{33} - 6{,}96 - 48{,}7 - 76{,}76 I_{33} + 287{,}5 I_{33} = -36{,}25\,,$$

$$201{,}4737 I_{33} = 19{,}41,$$

$$I_{33} = \frac{19{,}41}{201{,}4737} = 0{,}09634\ A.$$

Подстановка значения тока I_{33} в выражения для токов I_{11} и I_{22} через I_{33} позволяет определить эти токи:

$$I_{11} = 0{,}7413 I_{33} + 0{,}5568 = 0{,}7413 \cdot 0{,}09634 + 0{,}5568 = 0{,}62821\ A,$$
$$I_{22} = 0{,}487 + 0{,}7676 I_{33} = 0{,}487 + 0{,}7676 \cdot 0{,}09634 = 0{,}56095\ A.$$

Определим действительные токи в ветвях системы. Токи во внешних ветвях равны соответствующим контурным:

$I_1 = I_{11} = 0{,}62821\ A$, $I_3 = I_{22} = 0{,}56095\ A$, $I_5 = I_{33} = 0{,}09634\ A$, а токи в смежных ветвях определяются алгебраическим суммированием контурных:

$$I_2 = I_{11} - I_{33} = 0{,}62821 - 0{,}09634 = 0{,}53187 A,$$

$$I_4 = I_{22} - I_{33} = 0{,}56095 - 0{,}09634 = 0{,}46461 A,$$

$$I_6 = I_{22} - I_{11} = 0{,}56095 - 0{,}62821 = -0{,}06726 A.$$

Ток I_6 в результате расчета получился отрицательным. Это означает, что в действительности ток в шестой ветви протекает противоположно направлению, указанному стрелкой на схеме (рисунок 1.21).

Пример 2 Определить токи в ветвях схемы (рисунок 1) методом узловых напряжений по данным примера 1.

Решение. Принимаем узел *К* за опорный и проставляем стрелки узловых напряжений U_{AK}, U_{BK}, U_{CK} (рисунок 2). Составляем систему трех уравнений для узловых напряжений.

$$U_{AK}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}\right) - U_{BK}\frac{1}{R_5} - U_{CK}\frac{1}{R_1} = E_2\frac{1}{R_2},$$
$$U_{BK}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) - U_{AK}\frac{1}{R_5} - U_{CK}\frac{1}{R_3} = E_3\frac{1}{R_3},$$
$$U_{CK}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}\right) - U_{AK}\frac{1}{R_1} - U_{BK}\frac{1}{R_3} = -E_1\frac{1}{R_3}.$$

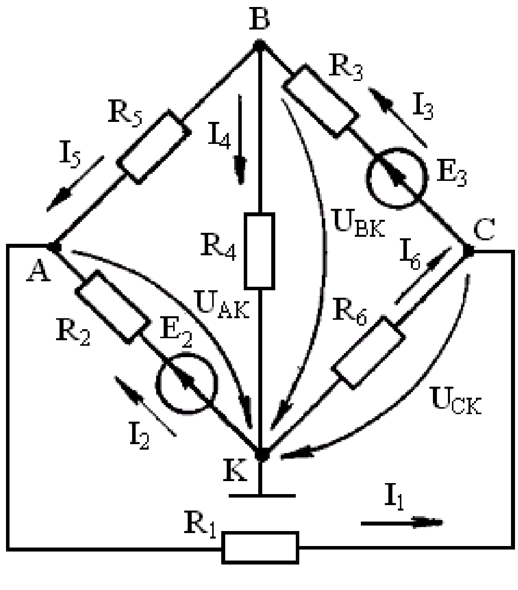


Рисунок 2 - Иллюстрация к методу узловых напряжений

После подстановки числовых значений будем иметь:

$$152{,}38\cdot 10^{-3}U_{AK} - 5{,}714\cdot 10^{-3}U_{BK} - 66{,}66\cdot 10^{-3}U_{CK} = 2{,}9\,,$$

$$65{,}714\cdot 10^{-3}U_{BK} - 5{,}714\cdot 10^{-3}U_{AK} - 50\cdot 10^{-3}U_{CK} = 1{,}875\,,$$

$$120\cdot 10^{-3}U_{CK} - 66{,}666\cdot 10^{-3}U_{AK} - 50\cdot 10^{-3}U_{CK} = -1{,}875\,.$$

Совместное решение уравнений этой системы дает значения узловых напряжений:

$$U_{AK} = 29{,}597 \text{ В}; \quad U_{BK} = 46{,}454 \text{ В}; \quad U_{CK} = 20{,}171 \text{ В}.$$

Определяем токи в ветвях:

$$I_1R_1 + U_{CK} - U_{AK} = 0\,, \qquad I_1 = \frac{U_{AK} - U_{CK}}{R_1} = \frac{29{,}597 - 20{,}171}{15} = 0{,}6284\,A;$$

$$I_2R_2 + U_{AK} = E_2\,, \qquad I_2 = \frac{E_2 - U_{AK}}{R_2} = \frac{36{,}25 - 29{,}597}{12{,}5} = 0{,}532\,A;$$

$$I_3R_3 + U_{BK} - U_{CK} = E_3\,, \qquad I_3 = \frac{E_3 + U_{CK} - U_{BK}}{R_3} = \frac{37{,}5 + 20{,}171 - 46{,}454}{20} = 0{,}56085\,A;$$

$$I_4R_4 - U_{BK} = 0\,, \qquad I_4 = \frac{U_{BK}}{R_4} = \frac{46{,}454}{100} = 0{,}46454\,A;$$

$$I_5R_5 + U_{AK} - U_{BK} = 0\,, \qquad I_5 = \frac{U_{BK} - U_{AK}}{R_5} = \frac{46{,}454 - 29{,}597}{175} = 0{,}09633\,A;$$

$$I_6R_6 + U_{CK} = 0\,, \qquad I_6 = -\frac{U_{CK}}{R_6} = -\frac{20{,}171}{300} = -0{,}06724\,A.$$

Получившиеся в результате расчета значения токов практически такие же, как и при расчете методом контурных токов (см. пример 1).

Пример 3 Методом эквивалентного генератора определить ток I_1 в схеме (рисунок 1) по данным примера 1.

Решение. В соответствии с методом эквивалентного генератора для тока I_1 можно записать выражение:

$$I_1 = \frac{E_г}{R_г + R_1}.$$

Схема для определения ЭДС эквивалентного генератора $E_г = U_{xx}$ можно получить из исходной схемы (рисунок 1), убрав резистор R_1 и поставив на место его стрелку напряжения холостого хода, направление которой совпадает с направлением тока в ветви (рисунок 3).

Для определения ЭДС эквивалентного генератора следует составить уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, в который входит напряжение U_{xx}. Для данного примера будем иметь:

$$U_{xx} - I_6^{/}R_6 + I_2^{/}R_2 = E_2\,, \quad \text{откуда:}$$

$$U_{xx} = E_2 - I_2^{/}R_2 + I_6^{/}R_6\,.$$

Неизвестные токи $I_2^{/}$ и $I_6^{/}$ можно определить методом контурных токов.

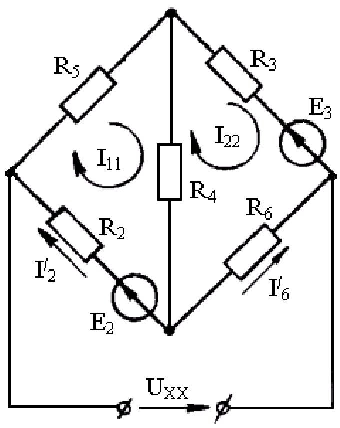


Рисунок 3 - Схема замещения для определения ЭДС $E_г$

Система уравнений для контурных токов имеет вид:

$$I_{11}(R_2+R_4+R_5)-I_{22}R_4 = E_2,$$

$$I_{22}(R_3+R_4+R_6)-I_{11}R_4 = -E_3.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$287{,}5\, I_{11}-100\, I_{22} = 36{,}25,$$

$$420\, I_{22} - 100\, I_{11} = -37{,}5.$$

Совместное решение системы уравнений дает следующие значения контурных токов:

$$I_{11} = 0{,}1036\text{ А}, \qquad I_{22} = -0{,}0646\text{ А}.$$

Токи $I_2^{/}$ и $I_6^{/}$, необходимые для нахождения напряжения холостого хода, определяются:

$$I_2^{/} = I_{11} = 0{,}1036\text{ А}, \qquad I_6^{/} = -I_{22} = 0{,}0646\text{ А}.$$

ЭДС эквивалентного генератора $E_г=U_{xx}$ определится:

$$E_г = U_{xx} = 36{,}25 - 0{,}1036\cdot 12{,}5 + 0{,}0646\cdot 300 = 54{,}34\text{ В}.$$

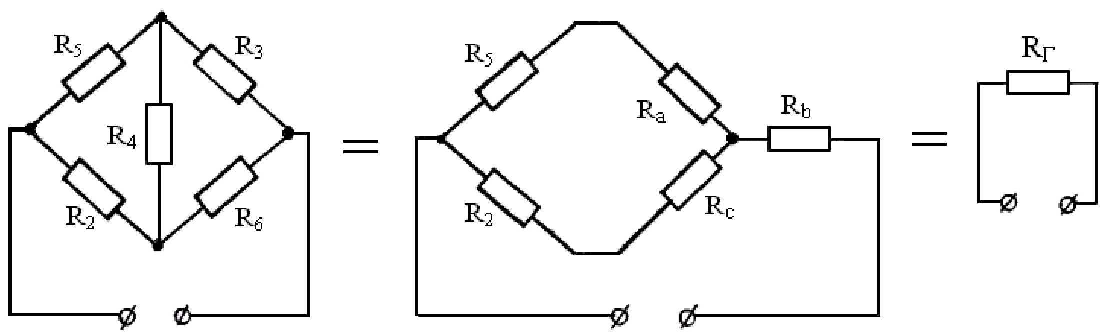
Схему для определения $R_г$ можно получить из исходной схемы (рисунок 1), отключив в ней резистор R_1, а ЭДС приравнять к нулю (рисунок 4,а). Для определения $R_г$ необходимо «свернуть» схему (рисунок 4,а) до одного эквивалентного резистора (рисунок 4,в), предварительно преобразовав треугольник резисторов R_3, R_4, R_6 в эквивалентную звезду R_a, R_b, R_c (рисунок 4,б).

Сопротивления резисторов лучей звезды:

$$R_a = \frac{R_3\cdot R_4}{R_3+R_4+R_6} = \frac{20\cdot 100}{20+100+300}\frac{2000}{420} = 4{,}762\text{ Ом},$$

$$R_b = \frac{R_3\cdot R_6}{R_3+R_4+R_6} = \frac{20\cdot 300}{420} = 14{,}286\text{ Ом},$$

$$R_c = \frac{R_4\cdot R_6}{R_3+R_4+R_6} = \frac{100\cdot 300}{420} = 71{,}428\text{ Ом}.$$



а) б) в)

Рисунок 4 - Схема для определения сопротивления эквивалентного генератора

Сопротивление эквивалентного генератора $R_г$ определится:

$$R_г = \frac{(R_5 + R_a)(R_2 + R_c)}{R_5 + R_a + R_2 + R_c} + R_b = 71{,}501 \text{ Ом}.$$

А ток I_1:

$$I_1 = \frac{E_г}{R_г + R_1} = \frac{54{,}34}{71{,}501 + 15} = 0{,}6282 \text{ А}.$$

Пример 4 Построить потенциальную диаграмму для контура AFBCKДA (рисунок 5). Значения ЭДС, резисторов и токов в ветвях взять из примера 1.

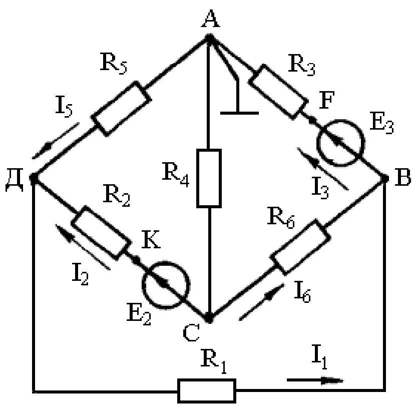


Рисунок 5 - Схема замещения электрической цепи

Решение. Обход контура начнем с точки А. При заземлении этой точки потенциал ее становится равным нулю.

Определяем потенциалы оставшихся точек контура (обход контура производим по часовой стрелке), учитывая при этом, что ток во внешней цепи течет от точек высшего потенциала к точкам низшего потенциала, а во внутренней цепи (через источник ЭДС) наоборот – от точек низшего потенциала к точкам высшего потенциала.

При переходе от точки A к точке F (рисунок 5) проходим через резистор R_3, падение напряжения на котором I_3R_3. Потенциал точки F выше потенциала точки A на эту величину, так как ток I_3 течет от точки F к точке A, поэтому:

$$\varphi_F - \varphi_A = I_3 R_3 \text{ , откуда}$$

$$\varphi_F = \varphi_A + I_3 R_3 = 0 + 0{,}56095 \cdot 20 = 11{,}219 \text{ В.}$$

Между точками F и B действует ЭДС E_3 напротив обхода контура, поэтому при переходе от точки F к точке B потенциал понижается на величину этой ЭДС:

$$\varphi_B = \varphi_F - E_3 = 11{,}219 - 37{,}5 = -26{,}281 \text{ В.}$$

Потенциал точки C выше потенциала B на величину падения напряжения на резисторе R_6, так как ток направлен от точки C к точке B:

$$\varphi_C = \varphi_B + I_6 R_6 = -26{,}281 + (-0{,}06726) \cdot 300 = -46{,}459 B.$$

Потенциал точки K больше на величину ЭДС E_2, так как она действует согласно с направлением обхода:

$$\varphi_K = \varphi_C + E_2 = -46{,}459 + 36{,}25 = -10{,}2089 B.$$

Аналогично определяются потенциалы точек $Д$ и A:

$$\varphi_Д = \varphi_K - I_2 R_2 = -10{,}2089 - 0{,}53187 \cdot 12{,}5 = -16{,}857 \text{ В,}$$

$$\varphi_A = \varphi_Д + I_5 R_5 = -16{,}857 + 0{,}09634 \cdot 175 = 0{,}0021 \approx 0.$$

Таким образом, закончив обход, вернулись в исходную точку А, потенциал которой принят равным нулю.

При построении потенциальной диаграммы (рисунок 6) выбираем масштаб по оси сопротивлений m_R=50 Ом/см, а масштаб по оси потенциалов принимаем m_φ=5 В/см.

Практическая значимость потенциальной диаграммы заключается в том, что она позволяет графически определить напряжение между двумя любыми точками схемы. Это напряжение равно длине отрезка по вертикали между этими точками на потенциальной диаграмме, умноженному на масштаб по напряжению m_φ.

Допустим, если необходимо найти напряжение между точками A и C схемы (рисунок 5), то длина отрезка между этими точками на потенциальной диаграмме ℓ_{AC}=9,3 см (рисунок 6), а величина напряжения:

$$U_{AC} = \ell_{AC} \cdot m_\varphi = 9{,}3 \cdot 5 = 46{,}5 \text{ В.}$$

Величину этого напряжения можно для проверки определить из второго закона Кирхгофа:

$$U_{AC} + I_6 R_6 + I_3 R_3 = E_3,$$

откуда $$U_{AC} = E_3 - I_3 R_3 - I_6 R_6 = 37{,}5 - 0{,}56095 \cdot 20 - (-0{,}06726) \cdot 300 = 46{,}46 B.$$

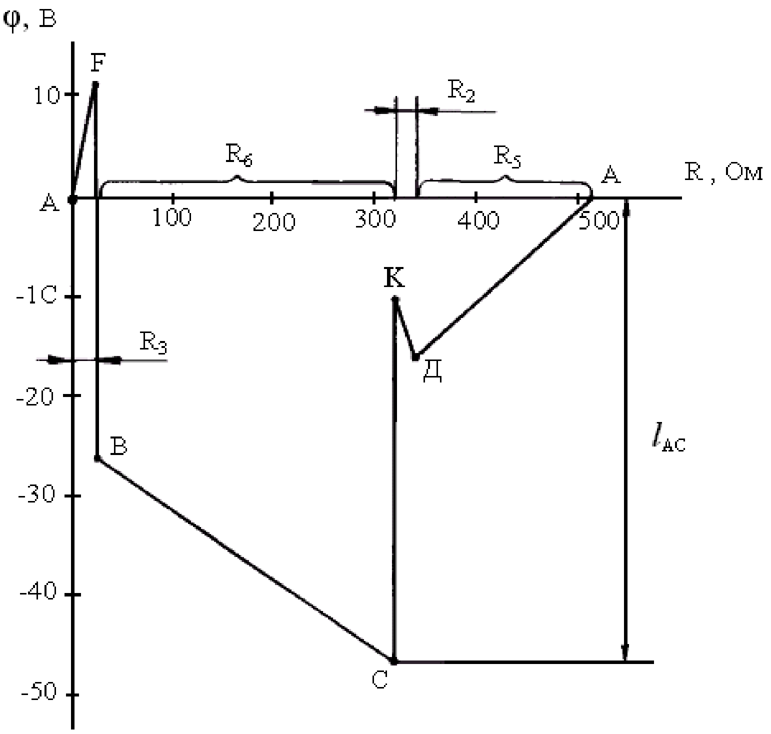


Рисунок 6 - Потенциальная диаграмма